Ad Soyad: 21.01.2022

Numara : İmza:

KODLAMA TEORİSİ I FİNAL SINAVI SORULARI

1. C, F_3 üzerinde tanımlı lineer kodun üreteç matrisi
$$G=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$ olsun.

   a) C kodunun elemanlarını yazınız.

   b) $d(C)=?$

   c) C kodu mükemmel bir kod mudur? Gösteriniz.

2. x^7-1 in $F_2[x]$ üzerinde çarpanlara ayrılışı
$$x^7-1=(x-1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$$
olduğuna göre 7 uzunluğundaki F_2 üzerinde tanımlı tüm devirli kodların üreteç polinomlarını ve üreteç matrislerini belirleyiniz.

3. C, $r=4$ olan F_2 üzerinde tanımlı Hamming kodu için

   a) $n=?$, $k=?$, $d=?$

   b) Kontrol matrisini bulunuz.

   c) (1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1) vektörünü dekodlayınız.

4. C kodunun duali
$$S=\{(1\ 1\ 0), (1\ 0\ 1), (0\ 1\ 1)\} \subset F_2^3$$
kümesi ile elde edilen F_2 üzerinde tanımlı bir lineer kod olmak üzere

   a) C'nin elemanlarını yazınız.

   b) C devirli kod mudur? Gösteriniz.

Başarılar

CEVAPLAR

1) a) $\forall x \in C$ için

$$x = \alpha(1011) + \beta(0112), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$$

Bu durumda

$$C = \{0000, 1011, 0112, 1120, 2022, 0221, 2101, 1202, 2210\}$$

b) $w(C) = d(C) \Rightarrow d = 3$

c) $t = 1 \qquad 9\left\{\binom{4}{0} + \binom{4}{1} \cdot 2\right\} = 9 \cdot 9 = 3^4$

$\therefore$ C mükemmeldir.

2) $g_1(x) = 1 \Rightarrow G_1 = I_7$

$g_2(x) = x^7 - 1 \Rightarrow G_2 = [0]$

$$g_3(x) = x + 1 \Rightarrow G_3 = \begin{bmatrix} 1100000 \\ 0110000 \\ 0011000 \\ 0001100 \\ 0000110 \\ 0000011 \end{bmatrix}$$

$$g_4(x) = x^3 + x + 1 \Rightarrow G_4 = \begin{bmatrix} 1101000 \\ 0110100 \\ 0011010 \\ 0001101 \end{bmatrix}$$

$$g_5(x) = x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow G_5 = \begin{bmatrix} 1011000 \\ 0101100 \\ 0010110 \\ 0001011 \end{bmatrix}$$

$$g_6(x) = (x+1)(x^3 + x + 1) = x^4 + x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow G_6 = \begin{bmatrix} 1011100 \\ 0101110 \\ 0010111 \end{bmatrix}$$

$g_7(x) = (x+1)(x^3+x^2+1) = x^4+x^2+x+1$

$$\Rightarrow G_7 = \begin{bmatrix} 1&1&1&0&1&0&0 \\ 0&1&1&1&0&1&0 \\ 0&0&1&1&1&0&1 \end{bmatrix}$$

$g_8(x) = (x^3+x+1)(x^3+x^2+1) = x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$

$$\Rightarrow G_8 = [1111111]$$

3) a) $r=4$, $n=2^r-1=15$, $k=11$, $d=3$

b) $$H = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1 \\ 0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1 \\ 1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1 \end{bmatrix}$$

c) $y = 110101101101001$

$S(y) = 0110$

$e = 000001000000000$

$x = y - e = 110100101101001$

4) $110+101=011$ olup $H = \begin{bmatrix} 1&1&0 \\ 1&0&1 \end{bmatrix}$ dir. Bu durumda

$G = [1\,1\,1]$ olarak elde edilir.

a) $C = \{000, 111\}$ tekrar kodudur.

b) C, lineer ve devirli kame olduğundan devirli koddur.